

На правах рукописи

ДОЛГАЧЕВ Михаил Владимирович

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ПЛИТЫ ЖЕСТКОГО АЭРОДРОМНОГО ПОКРЫТИЯ
С УЧЕТОМ ЕЕ ОДНОСТОРОННЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
С ОСНОВАНИЕМ**

05.23.11 – проектирование и строительство дорог,
аэродромов, мостов, метрополитенов и транспортных тоннелей

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Хабаровск – 2012

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Тихоокеанский государственный университет»

Научный руководитель: доктор технических наук
Ловцов Александр Дмитриевич

Официальные оппоненты: Белуцкий Игорь Юрьевич
доктор технических наук, доцент,
ФГБОУ ВПО «Тихоокеанский государственный университет», заведующий кафедрой
«Мосты, основания и фундаменты»

Баенхаев Александр Викторович
кандидат технических наук,
ФГАОУ ВПО «Дальневосточный федеральный университет», администратор образовательных программ по направлению «Строительство»
Инженерной школы

Ведущая организация: ОАО «Проектно-изыскательский институт
воздушного транспорта «Дальаэропроект»

Защита состоится «24» мая 2012 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.294.01 при ФГБОУ ВПО «Тихоокеанский государственный университет» по адресу: 680000, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 136, ауд. 315 л.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тихоокеанского государственного университета.

Автореферат разослан «___» апреля 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Лещинский Александр Валентинович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования определяется необходимостью повышения работоспособности конструкций аэродромных покрытий. Жесткие покрытия аэродромов следует относить к классу конструкций с односторонними связями, ввиду способности грунта работать только на сжатие. Задача расчета таких конструкций является конструктивно нелинейной. Очевидна необходимость создания таких методов расчета, которые, с одной стороны, были бы достаточно эффективны, физически «прозрачны» и понятны инженеру, не сложны в использовании и, с другой стороны, позволяли оценить параметры НДС плиты по уточненной расчетной схеме.

Цель работы – исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) плиты жесткого аэродромного покрытия с учетом ее одностороннего взаимодействия с основанием.

Объект исследования – система «основание – плита жесткого аэродромного покрытия». Предмет исследования – влияние одностороннего взаимодействия плиты и основания на изменение параметров НДС плиты.

Задачи исследования:

1. Разработать алгоритмы расчета плиты на одностороннем дискретном и/или сплошном основании Винклера с учетом/без учета зазоров между плитой и основанием.

2. Программно реализовать разработанные алгоритмы определения параметров НДС плиты, односторонне контактирующей с основанием.

3. Провести анализ изменения параметров НДС плиты жесткого аэродромного покрытия по сравнению со схемой двустороннего взаимодействия покрытия и основания в случаях: статического силового нагружения; изменения соотношения жесткости плиты и основания; просадки и выпучивания основания.

4. Дать оценку влияния неучёта односторонности взаимодействия плиты с основанием на параметры ее НДС.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Сведение задачи расчета плиты, односторонне контактирующей с основанием Винклера, к линейной задаче дополненности (ЛЗД) в перемещениях.

2. Разработка модификации алгоритма Лемке решения полученной ЛЗД, как метода перемещений строительной механики и использование его при моделировании контактного взаимодействия основания и плиты аэродромного покрытия.

3. Оценка влияния уточненной расчетной схемы одностороннего взаимодействия плиты аэродромного покрытия с основанием на параметры ее НДС.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием корректных математических моделей и методов, совпадением решений, полученных по разработанным алгоритмам, с известными точными решениями.

Научные положения и результаты, выносимые на защиту.

1. Алгоритмы расчета плиты на одностороннем дискретном и/или сплошном основании Винклера с учетом/без учета зазоров между плитой и основанием.

2. Программный комплекс определения параметров НДС пластинчатых систем с односторонними связями.

3. Результаты исследования НДС плит жесткого аэродромного покрытия с использованием разработанной методики.

Практическая значимость работы определяется следующим.

1. Разработан вариант алгоритма Лемке для решения ЛЗД и предложена его трактовка в форме классического метода строительной механики – метода перемещений – с привлечением понятий: «основная система», «единичные и грузовое состояния», «условие эквивалентности основной и заданной систем», известных каждому инженеру.

2. Созданы и программно реализованы эффективные в вычислительном отношении алгоритмы расчета плиты на одностороннем основании Винклера, которые могут быть использованы в учебном процессе, проектных институтах и исследовательских лабораториях. На программную реализацию разработанного алгоритма получены свидетельства об официальной регистрации программы № 2002611286 в реестре программ для ЭВМ и о регистрации программы в ВНИИЦ №0203023180306.

Апробация работы. Основные положения работы докладывались на научных чтениях памяти профессора М.П. Даниловского (г. Хабаровск, ТОГУ, 1999 г., 2000 г.); на международной научной конференции аспирантов и студентов (г. Хабаровск, ТОГУ, 2002 г.); на конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (г. Владивосток, ДВГТУ, 2002 г.); на V краевом конкурсе мо-

лодых ученых и аспирантов в 2002 г.; на III международной конференции творческой молодежи в ДВГУПС в 2003 г.; на II, VI, XI международных конференциях «Новые идеи нового века» в 2002, 2006, 2011 гг.; на заседании кафедры МДТТ ТОГУ в 2004 г.; на расширенном заседании кафедр МДТТ, СК, АД ТОГУ в 2012 г.

Публикации. Основные результаты исследований опубликованы в 9 работах, включая 7 статей, из них 1 статья в журнале, рекомендованном ВАК, и 2 свидетельства об официальной регистрации программ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов и списка литературы. Результаты исследований изложены на 223 страницах машинописного текста, включая 101 рисунок, 10 таблиц, список литературы из 167 названий.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определена ее цель, практическая значимость, а также научные положения, выносимые на защиту.

В первой главе приводятся краткие сведения о конструктивных решениях жестких аэродромных покрытий, сведения о математических моделях системы «плита-основание» и методах их расчета.

Сборные покрытия аэродромов имеют ряд преимуществ перед монолитными: относительно простая технология строительства; исключение трудоемкой операции по укладке и уходу за бетоном; высокое качество плит за счет их изготовления в условиях хорошо налаженной заводской технологии; возможность круглогодичного строительства и ввода покрытия в эксплуатацию сразу после его возведения. К недостаткам сборных покрытий следует отнести повышенную металлоемкость и очень большое количество швов, ухудшающих ровность покрытия. Для устройства сборных аэродромных покрытий применяют предварительно напряженные железобетонные плиты типа ПАГ-14, 18.

Одним из главных требований при строительстве сборных аэродромных покрытий является обеспечение полного контакта плит с основанием. Однако в силу технологических особенностей устройства таких покрытий выполнить это требование практически невозможно. Поэтому площадь контакта, установлен-

ная в нормативных документах, должна составлять не менее 95% от общей площади плиты.

Вопрос возникновения повреждений и разрушения покрытий является очень сложным из-за многообразия факторов, влияющих на их НДС. Проблеме исследования НДС плит, расположенных на деформируемом основании посвящено большое число научных исследований. Результаты расчета существенно зависят от принятых моделей плиты, основания и модели их взаимодействия.

Модель плиты, как правило, принимают киркгофовой. В подавляющем большинстве публикаций модель взаимодействия плиты и основания принимается двусторонней: перемещения точек контакта плиты и основания считаются одинаковыми. Модели основания отличаются многообразием. В настоящее время предложено значительное число таких моделей, по-разному отражающих действительное поведение грунта. Наиболее широко используются следующие схемы: модели с одним и двумя коэффициентами постели, модели упругого однородного изотропного полупространства и полуплоскости, различные комбинации этих моделей.

Исследования, посвященные расчету балок и плит, лежащих на основании, представляющем упругое изотропное полупространство были начаты В. Г. Герсевановым. Также следует отметить работы, проведенные в этой области Г. Э. Проктором, В. А. Флориным, Б. Н. Жемочкиным, И. Я. Штаерманом, А. П. Синициным, Л. А. Галиным, О. Я. Шехтер и др.

Расчёту пластин и балок на нелинейном основании посвящены работы С. Н. Клёпикова, З. В. Бабичева, А. В. Вронского, В. Н. Караваева, А. А. Аендульева, В. Н. Шивалова, Е. Г. Соловьева, Л. С. Ольховик и других авторов.

К числу первых исследований работоспособности жестких покрытий дорог и аэродромов при воздействии многократно повторяющихся транспортных нагрузок относятся работы В. Ф. Бабкова, Г. И. Глушкова, А. П. Синицина, Г. Я. Ключникова, В. П. Носова и др. По литературным источникам и опубликованным результатам обследований известно, что между плитой и основанием может возникать зазор. Проблемам, связанным с несущей способностью плит жестких дорожных и аэродромных покрытий при неполном контакте с упругим основанием посвящены работы, В. А. Кульчицкого, Г. Н. Колесникова, Л. Ю. Артемовой, М. И. Раковской и др.

Отрицательные последствия морозного пучения также сказываются на работоспособности плит покрытий (работы Г. И. Глушкова, М. П. Полтева, И. А. Медникова, О. Р. Голли и др.). При неравномерном вспучивании или оттаивании основания плита оказывается приподнятой и опирающейся на грунт в отдельных местах. Возникающие при этом напряжения только от влияния собственного веса могут намного превышать предел прочности бетона при изгибе и являться причиной разрушения покрытий аэродромов еще до сдачи их в эксплуатацию.

Обзор работ по данному вопросу показал, что модель коэффициента постели (Фусса-Винклера и модель упругого слоя приводят к близким результатам в весьма широких пределах.

Как правило, модель взаимодействия плиты и основания требует равенства перемещений плиты и основания в точках их контакта. Следовательно, предполагается, что грунт способен работать как на сжатие так и на растяжение. Таким образом, модель взаимодействия плиты и основания оказывается двусторонней. В условиях линейности моделей плиты и основания задача оказывается линейной.

Способность грунта работать только на сжатие обуславливает возможность отрыва плиты от основания. При этом размеры и положение зон отрыва и контакта плиты с основанием заранее неизвестны и должны определяться расчетом. В зоне отрыва взаимодействие между плитой и основанием отсутствует. В этой ситуации модель взаимодействия плиты и основания следует принимать односторонней: силы взаимодействия отличны от нуля в зоне контакта и равны нулю в зоне отрыва. В целом система «плита-основание» оказывается нелинейной и ее следует рассматривать как систему с односторонними связями.

О современном состоянии таких задач, известных как задача Синьорини, можно судить по работам А. С. Кравчука, Л. А. Розина, А. В. Вовкушевского, А. М. Хлуднева, Б. А. Шойхета и многих других. Много внимания данному вопросу уделяется в зарубежных публикациях. Наиболее важными из них, на наш взгляд, являются работы Ж.-Л. Лионса, Дж. Одена, А. Кларбрина, П. Панагиотопулоса, Куака и других.

В работах В. Н. Гордеева, А. В. Перельмутера было показано, что система уравнений и неравенств, записанная для дискретизованной системы с односторонними связями, является условиями оптимальности Куна – Таккера задачи условной минимизации квадратичной формы функционала энергии. С этих пор

большинство работ связано с применением или развитием тех или иных методов квадратичного программирования (КП), т. е., к поиску минимума квадратичной функции при линейных ограничениях в виде равенств и неравенств (задача условной минимизации). Для решения задачи КП (как у нас в стране, так и за рубежом) используются итерационные алгоритмы, как правило, различные варианты градиентных методов такие, как метод условного градиента, методы релаксации, методы проекции градиента, методы линейного программирования. К несомненным достоинствам этих методов относятся единственность получаемого решения и наличие оценок скорости сходимости.

В случае использования квадратичных функционалов, записанных в терминах контактных усилий или перемещений условия оптимальности Куна – Таккера для задачи условной оптимизации представляют собой линейную задачу дополнителности (ЛЗД). Применение алгоритмов ЛЗД для решения задач контактного взаимодействия деформируемых тел за редким исключением реализуется зарубежными авторами. В работе А. Кларбрина проведено сравнение вычислительной эффективности большой группы методов (Лагранжа, штрафа, ЛЗД), показано превосходство алгоритмов ЛЗД.

Из известной нам литературы по контактнм задачам на удивление мало публикаций, касающихся расчета пластинок, контактирующих с упругим основанием. Первой работой в этом направлении следует считать работу Н. В. Баничука об одностороннем контакте упругой пластины с жестким основанием, расположенным с зазором. Используется вариационная постановка задачи и численный метод минимизации квадратичного функционала.

В связи с этим в представленной диссертации развивается вариант алгоритма Лемке для расчета плит на упругом одностороннем основании Винклера.

Во второй главе исследуются параметры НДС плит на дискретных односторонних опорах.

Рассматривается физически и геометрически линейный изгиб пластин, описываемый технической теорией изгиба Кирхгофа-Лява:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad \text{или} \quad \nabla^4 w = \frac{q}{D},$$

где $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$ – цилиндрическая жесткость пластины; E, ν – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины; h – толщина пластины.

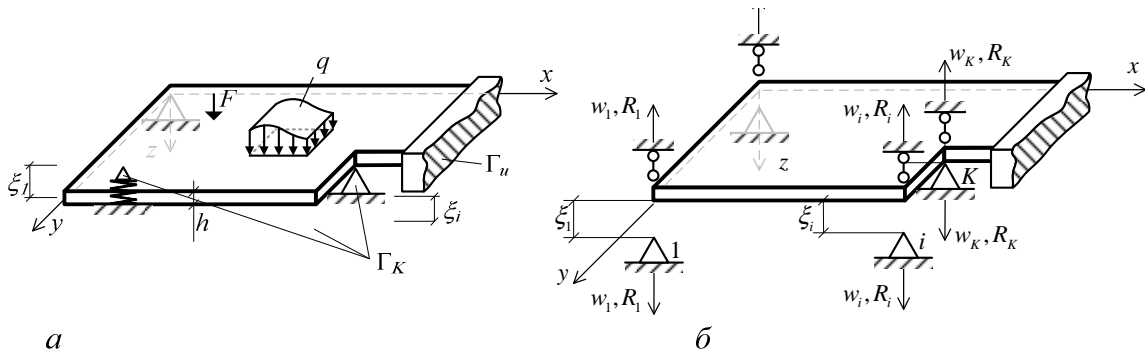


Рис. 1. Пластина: *a* – модель; *б* – правило знаков

Пластина произвольной конфигурации, занимающая область Ω , загружена произвольной внешней нагрузкой, опerta на части границы Γ_u на двусторонние опоры и на части границы Γ_K на односторонние опоры. Γ_u может отсутствовать. Γ_K представляет собой множество точек x_i, y_i , в которых расположены односторонние жесткие опоры $i \in I_r$, $I_r = \{i : i = \overline{1, N_r}\}$ и односторонние упругие опоры $i \in I_e$, $I_e = \{i : i = \overline{N_r + 1, N_r + N_e}\}$, $K = N_r + N_e$.

Между пластинкой и дискретными опорами имеются зазоры ξ_i (рис. 1, *a*). Зазоры предполагаются малыми, что позволяет заранее определить те точки пластины, которые могут вступить в контакт с опорами. То есть, координаты x_i, y_i опор и точек контакта пластины с таковыми совпадают.

На рис. 2, *a* серым показаны пластина и опоры до деформации, черным – после деформации. Под зоной контакта подразумевается набор дискретных опор, вступивших в контакт с пластиной (показаны черным цветом), под зоной отрыва – не вступивших в контакт с пластиной (остались серыми).

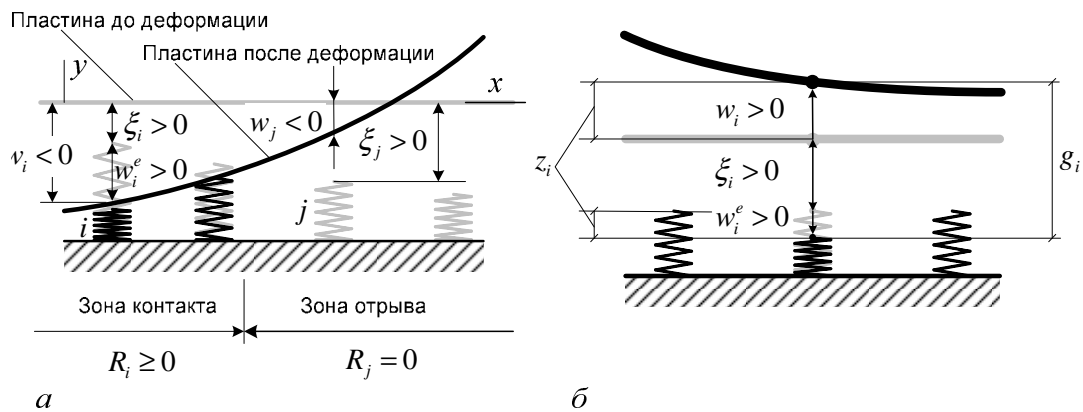


Рис. 1. Односторонний контакт: *a* – граничные условия; *б* – учет зазора

Односторонний контакт опоры и пластины осуществляется по нормали к поверхности пластины. Горизонтальные составляющие реакций односторонних связей равны нулю. В этой ситуации граничные условия одностороннего контакта записываются в виде:

для зоны контакта

$$R_i \geq 0, \quad w_i + w_i^e + \xi_i \geq 0, \quad R_i(w_i + \xi_i) \geq 0, \quad (1)$$

для зоны отрыва

$$R_i = 0, \quad w_i^e = 0, \quad w_i + \xi_i \geq 0, \quad (2)$$

где w_i – прогибы пластины в точках x_i, y_i возможного контакта; R_i – реакции взаимодействия пластины с опорами (рис. 1, б) положительные при сжатии. Зазор $\xi_i \geq 0$, если совпадает по направлению с $w_i \geq 0$ (рис. 2, а). Прогибы пластинки $w_i > 0$ и осадка упругих опор $w_i^e > 0$, если они совпадают по направлению с $R_i > 0$. Силы взаимодействия пластины с упругими опорами $R_i = R(x_i, y_i) = c_i \cdot w_i^e$, где c_i – жесткость упругих опор.

При наличии Γ_u с граничными условиями, обеспечивающими отсутствие смещение тела как жесткого целого, зазорами $\xi_i < 0$ обеспечивается предварительное напряжение конструкции. Отрицательными зазорами моделируется также выпучивание грунта при любых условиях опирания.

В работах Розина Л.А. для систем с односторонними связями показана справедливость принципа Лагранжа для задачи трехмерной теории упругости.

Введем переменную $g_i = w_i + \xi_i$, представляющую собой зазор между пластиной в деформированном состоянии и опорой (рис. 2, б). Тогда граничные условия (1), (2) переписутся в виде:

$$R_i \geq 0, \quad g_i \geq 0, \quad R_i \cdot g_i \geq 0.$$

Вариационная постановка задачи состоит в следующем:

$$\min \Pi_L(w_i, g_i), \forall w_i, w_i^e \in M_L, \quad M_L = \left\{ w_i, w_i^e \mid \begin{array}{l} w_i, w_i^e \\ w_i \end{array} \begin{array}{l} w_i + w_i^e + \xi_i \geq 0 \\ w_u = f_1, \quad \partial w / \partial n = f_2 \end{array} \right\}, \quad (3)$$

$$\text{где } \Pi_L = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \vec{\sigma}^T \vec{\varepsilon} \, d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega'_K} c \cdot w^2 \, d\Omega_K - \int_{\Omega} q w \, d\Omega - \sum_{j=1}^n F_j \cdot w_j \quad (4)$$

– функционал Лагранжа, являющейся выражением потенциальной энергии изгибаемой пластины, упругих опор и потенциала внешних сил. Для жестких опор соответствующее перемещение w_i^e принимается равным нулю.

Конечно-элементная аппроксимация функционала Лагранжа (4) приводит к следующей квадратичной форме

$$\Pi_L(\vec{\Delta}) = \frac{1}{2} \vec{\Delta}^T \mathbf{K} \vec{\Delta} + \frac{1}{2} \vec{w}^{eT} \mathbf{C} \vec{w}^e - \vec{\Delta}^T \vec{F},$$

где $\vec{\Delta}^T = \{ \vec{w}^T \quad \vec{\varphi}^T \}$ – вектор обобщенных перемещений пластинки, \vec{w} – вектор контактных степеней свободы (прогибы пластинки в узлах конечно-элементной сетки) и $\vec{\varphi}$ – вектор неконтактных степеней свободы (углы поворота в узлах конечно-элементной сетки). Тогда потенциальная энергия системы запишется в виде:

$$\begin{aligned} \Pi_L(\vec{w}, \vec{w}^e, \vec{\varphi}) &= \frac{1}{2} \left\{ \vec{w}^T \quad \vec{\varphi}^T \right\} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{ww} & \bar{\mathbf{K}}_{w\varphi} \\ \bar{\mathbf{K}}_{\varphi w} & \bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{w} \\ \vec{\varphi} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \left\{ \vec{w}^{eT} \quad \mathbf{0} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{w}^e \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} - \\ &- \left\{ \vec{w}^T \quad \vec{\varphi}^T \right\} \begin{Bmatrix} \vec{F}_w \\ \vec{F}_\varphi \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \vec{z}^T \quad \vec{\varphi}^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ww} & \bar{\mathbf{K}}_{w\varphi} \\ \bar{\mathbf{K}}_{\varphi w} & \bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{z} \\ \vec{\varphi} \end{Bmatrix} - \left\{ \vec{w}^T \quad \vec{\varphi}^T \right\} \begin{Bmatrix} \vec{F}_w \\ \vec{F}_\varphi \end{Bmatrix} \end{aligned}, \quad (5)$$

где: $\mathbf{K}_{ww} = \bar{\mathbf{K}}_{ww} + \mathbf{C}$; $\vec{z} = \vec{w} + \vec{w}^e$ – вектор взаимных перемещений плиты и упругой опоры в точках контакта.

Таким образом, задача (3) свелась к задаче выпуклого квадратичного программирования с ограничениями $\min \Pi_L(\vec{z}, \vec{\varphi})$, $\vec{z} \geq 0$.

Решение данной задачи должно удовлетворять условиям Куна-Таккера, которые в нашем случае выглядят так

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ww} & \bar{\mathbf{K}}_{w\varphi} \\ \bar{\mathbf{K}}_{\varphi w} & \bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \vec{z} \\ \vec{\varphi} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \vec{F}_w \\ \vec{F}_\varphi \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \vec{R} = 0, \quad \vec{z} \geq 0, \quad \vec{R} \geq 0, \quad \vec{z}^T \vec{R} = 0, \quad (6)$$

где \mathbf{E} , $\mathbf{0}$ – единичная и нулевая матрицы.

Задача (6) в терминах \vec{z} и \vec{R} выглядит так:

$$\vec{R} = \mathbf{K} \vec{z} + \vec{R}_F, \quad \vec{z} \geq 0, \quad \vec{R} \geq 0, \quad \vec{z}^T \vec{R} = 0, \quad (7)$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{ww} - \bar{\mathbf{K}}_{w\varphi} \bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi}^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{\varphi w}$, $\vec{R}_F = \bar{\mathbf{K}}_{w\varphi} \bar{\mathbf{K}}_{\varphi\varphi}^{-1} \vec{F}_\varphi - \vec{F}_w$.

Система уравнений и неравенств (7) представляет собой стандартную формулировку ЛЗД, для которой: доказаны существование и единственность

решения при положительно определенной и полуопределенной матрице \mathbf{K} ; разработаны методы решения, сходящиеся за конечное число шагов (К. Лемке, Дж. Данциг, Р. В. Коттл, и др.). Последнее обстоятельство является главным преимуществом по сравнению с известными итерационными методами решения таких задач. Кроме того, алгоритмы ЛЗД с незначительными изменениями используют симплекс-метод решения задачи линейного программирования, что обуславливает их простоту и эффективность (использование алгоритма Лемке для задач линейного программирования в 2 – 3 раза эффективнее обычного симплекс-метода).

Решение ЛЗД (7) начинается с выбора основной системы. Основная система получается из заданной превращением односторонних связей в двусторонние (в дальнейшем – двусторонние связи основной системы).

Обозначим $\vec{Z} = \vec{z} + \vec{\xi}$. Тогда (7) можно записать в виде:

$$\vec{R} = \mathbf{K}\vec{Z} + \vec{R}_R, \quad \vec{R} \geq 0, \quad \vec{Z} \geq 0, \quad \vec{R}^T \vec{Z} = 0, \quad (8)$$

где $\vec{R}_R = \vec{R}_F - \mathbf{K}\vec{\xi}$, \mathbf{K} – матрица жесткости конструкции по направлению перемещений \vec{z} , построенная в основной системе: K_{ij} ($i, j = \overline{1, K}$) – реакция в связи i от единичного смещения связи j ; \vec{R}_R – грузовой вектор, компоненты которого представляют собой сумму реакций в двусторонних связях основной системы от заданной нагрузки (\vec{R}_F) и заданного смещения опор ($\mathbf{K}\vec{\xi}$). Веденная переменная Z_i представляет собой расстояние от точки i основания до точки его возможного контакта с плитой. Можно сказать, что основная система представляет собой плиту, опертую на двусторонние опоры, нагруженную заданной нагрузкой и осадкой основания. Этот прием позволяет свести задачу расчета контакта тел с зазорами к задаче без зазоров.

Для решения системы уравнений и неравенств (8) воспользуемся алгоритмом Лемке, который представляет собой итерационную процедуру, реализуемую за конечное число шагов. Расширяем задачу введением дополнительной искусственной переменной $R_0 \geq 0$ такой, что

$$\vec{R} - \mathbf{K}\vec{z} - R_0\vec{e} + \vec{R}_F \geq 0, \quad (9)$$

где $\vec{e} = \{1 \ 1 \ \dots \ 1\}^T$. То есть все введенные связи подвергаются искусственному предварительному обжатию, обеспечивающему отсутствие растягивающих усилий во всякой двусторонней связи основной системы.

Следовательно, основная система конструкции модифицируется введением предварительного обжатия. Исходная система уравнений и неравенств (8) расширяется до системы уравнений

$$\vec{R} - \mathbf{K}\vec{z} - R_0\vec{e} = \vec{R}_F \quad (10)$$

и неравенств

$$\vec{R} \geq 0, \quad \vec{z} \geq 0, \quad \vec{R} \cdot \vec{z} = 0, \quad R_0 \geq 0. \quad (11)$$

Основная система будет эквивалентна заданной, если $R_0 = 0$.

Расчет плиты на одностороннем основании состоит из трех этапов:

1) формирование контактной матрицы жесткости \mathbf{K} и грузового вектора \vec{R}_F любым подходящим методом; 2) решение задачи дополненности (10), (11) с целью определения рабочей схемы конструкции; 3) определение параметров НДС конструкции с учетом заданной нагрузки и выявленной на втором этапе рабочей схемы конструкции.

Алгоритм решения ЛЗД.

Итерация 1 реализуется с целью определить уровень предварительного обжатия R_0 , обеспечивающего «момент отрыва» пластинки от одной из связей, и осуществляется в такой последовательности:

1. Определение номера l ведущей строки из условия $R_{Rl} = \min R_{Ri} < 0$;
2. Осуществление шага однократного замещения Жордана-Гаусса;
3. Выбор номера c ведущего столбца по формуле $c = l$.

По окончании выполнения первой итерации имеем: найденную и введенную в базис величину предварительного обжатия R_0 ; номер l связи, для которой найденный уровень предварительного обжатия обеспечивает «момент отрыва» – R_l вышла из базиса и, следовательно, оказалась равной нулю; номер $c = l$ перемещения, который следует ввести в базис на следующей итерации, поскольку w_c , взаимно дополнительное к R_l , может оказаться большим нуля.

Следовательно, по окончании первой итерации имеем новую рабочую схему, в которой связь l выключилась из работы.

Итерация 2 и последующие реализуются с целью выявить очередную рабочую схему, соответствующую новому (уменьшенному) уровню предварительного обжатия. Следовательно, надо так минимально изменить уровень предварительного обжатия, чтобы в новой рабочей схеме не появились усилия отрыва во введенных связях. Такой подход диктует следующий порядок действий:

1. Определение номера l ведущей строки по правилу минимального

отношения
$$\frac{R_{Ri}}{A_{ic}} = \min_{A_{ic} > 0} \frac{R_{Ri}}{A_{ic}}.$$

Отметим, что рассмотрение только положительных компонентов $A_{ic} > 0$ ведущего столбца c диктуется необходимостью уменьшать R_0 ; а выбор ведущей строки l по минимальному отношению обеспечит отсутствие растягивающих усилий во введенных связях в новой рабочей схеме – обеспечит отсутствие отрицательных компонент в грузовом векторе. Отметим также, что номер ведущей строки определяет номер той переменной (из числа базисных), которая «автоматически» будет выведена из базиса на шаге однократного замещения.

2. Осуществление шага однократного замещения Жордана-Гаусса;

3. Выбор номера c ведущего столбца по правилу дополняющей нежесткости: в базис на следующей итерации будет вводиться переменная, дополнительная к базисной переменной, выведенной из базиса в текущей итерации. По окончании выполнения второй и последующих итераций имеем: введенную в базис переменную (если это w_c , то реализуется отрыв пластинки от опоры – выключение связи c ; если это R_c , то реализуется контакт пластинки с опорой – включение связи c); «автоматически» выведенную из базиса на шаге однократного замещения переменную (в случае выключения связи это $R_l = 0$; в случае включения связи – $w_l = 0$), либо R_0 ; номер базисной переменной, которая будет введена в базис на следующей итерации.

Следовательно, по окончании второй и последующих итераций имеем новую рабочую схему, в которой связь c включилась либо выключилась из работы.

Критериями окончания работы алгоритма являются:

1. тривиальное решение – грузовой вектор, сформированный перед выполнением первой итерации, не имеет отрицательных компонент; тогда $\vec{R} = \vec{R}_R$, $\vec{w} = 0$, $R_0 = 0$ и все односторонние связи работают на сжатие;

2. лучевое решение – правило минимального отношения при выборе ведущей строки неприменимо, поскольку все компоненты ведущего столбца неположительны; тогда становится невозможным уменьшить R_0 и, следовательно, отсутствует рабочая схема без предварительного обжатия; при $R_0 = 0$ тело будет смещаться как жесткое целое;

3. нормальное завершение итерационного процесса – на второй или последующих итерациях из базиса выводится R_0 ; тогда найденная рабочая схема будет соответствовать действительной работе конструкции, поскольку снято искусственно введенное предварительное обжатие односторонних связей.

Коротко говоря, для заданной нагрузки тривиальное решение соответствует всюду включенным односторонним связям, лучевое решение соответствует жесткому смещению тела, нормальное решение определяет рабочую схему конструкции.

С применением разработанного алгоритма был решен ряд модельных задач, в том числе и таких, которые имеют точное решение.

Решение вышеописанных задач показало эффективность предложенного алгоритма, поскольку получены результаты, совпадающие с точным решением для одномерной задачи и результаты, качественно соответствующие теории контактных задач, в которых рассматриваются задачи контактного взаимодействия упругого и жесткого тел. Следует отметить, что каждый шаг предложенного алгоритма имеет ясный физический смысл последовательной смены рабочих схем при уменьшении предварительно введенного искусственного обжатия.

Рассмотренные задачи демонстрируют возможность применения разработанного алгоритма для расчета пластин на осадку опор и оптимизации контактного давления формой и размерами зазора между пластиной и опорами. Осадка опор моделируется с помощью задания необходимых величин зазоров. Полученные численные результаты свидетельствуют о том, что параметры НДС односторонне опертой пластинки значительно отличаются от таковых для пластинки, опертой двусторонне (особенно в зоне отрыва). Однако напряжения в пластинке незначительно различаются при разных условиях опирания.

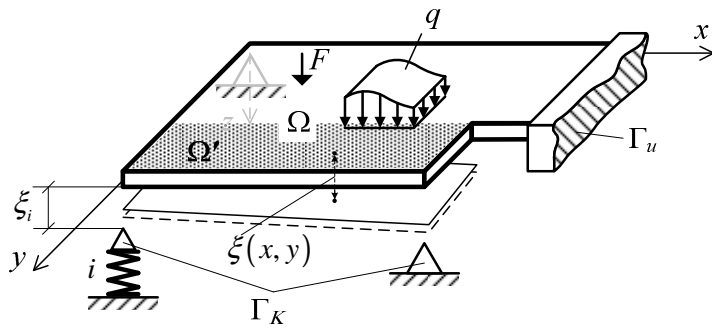


Рис. 3. Пластина на основании Винклера

Решение вышеописанных тестовых задач показало эффективность предложенного алгоритма, поскольку получены результаты, совпадающие с точными решениями с любой наперед заданной точностью.

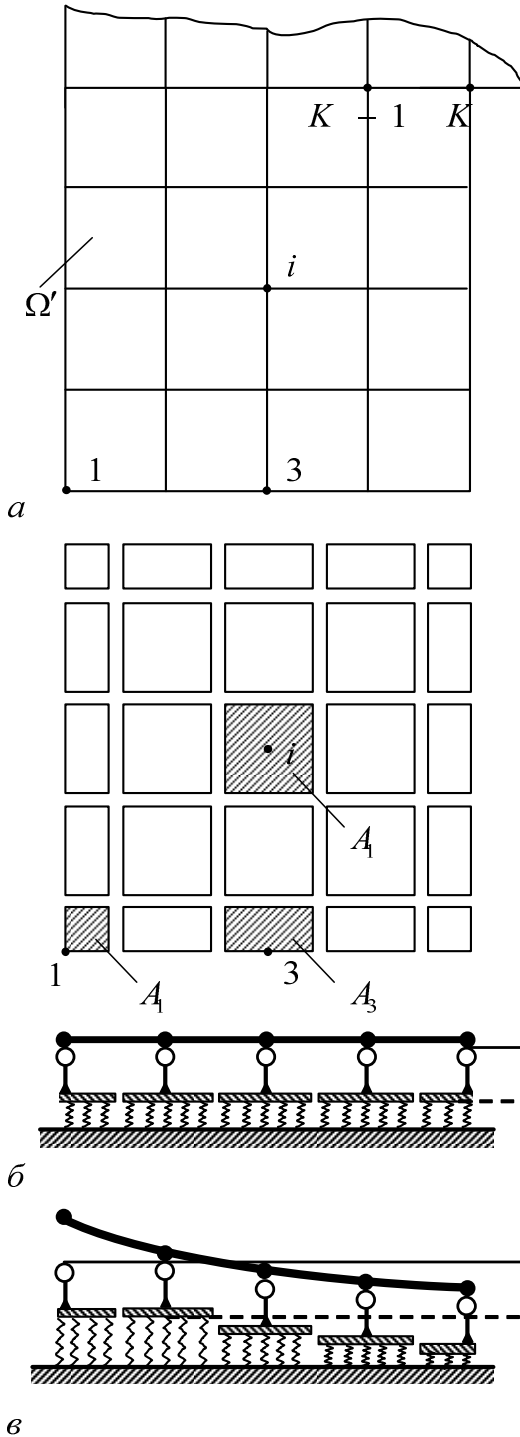


Рис. 4. Дискретизация задачи

В третьей главе исследуются параметры НДС плиты на упругом одностороннем основании Винклера. Рассматривается изгиб пластинки, занимающей область Ω произвольной конфигурации (рис. 3). Γ_u – часть границы с двусторонним опиранием. Ω' – часть области Ω со сплошным односторонним основанием Винклера, которое расположено с зазором $\xi(x, y)$ относительно пластинки. Γ_K – совокупность односторонних жестких дискретных опор в точках x_i, y_i ($i \in I_r$) и односторонних упругих дискретных опор в точках x_i, y_i ($i \in I_e$). Между дискретными опорами и пластинкой присутствуют зазоры ξ_i ($i \in I_K$).

Изгиб пластинки описывается уравнением $\nabla^4 w = (q - r) / D$, где $r(x, y) = c \cdot w(x, y)$ (12) – силы взаимодействия пластины и сплошного основания; c – коэффициент постели. Силы взаимодействия пластины и дискретных упругих опор

$$R_i = c_i \cdot w_i^e.$$

На Ω' сжимающие силы взаимодействия r (в случае сплошного основания) и R_i ($i \in I_K$) (в случае дискретного основания) принимаются за положительные. Прогибы пластинки $w > 0$, $w_i > 0$ и основания $w^e > 0$, $w_i^e > 0$ на Ω' и Γ_K , если совпадают по направлению с $r > 0$, $R_i > 0$.

Односторонний контакт пластины и основания осуществляется по нормали к поверхности пластины. В оговоренной ситуации условия одностороннего контакта записываются в виде:

для зоны контакта

$$r \geq 0, \quad w^e + w + \xi = 0; \quad x, y \in \Omega';$$

$$R_i \geq 0, \quad w_i^e + w_i + \xi_i = 0; \quad x_i, y_i \in \Gamma_K, \quad i \in I_e;$$

$$R_i \geq 0, \quad w_i + \xi_i = 0; \quad x_i, y_i \in \Gamma_K, \quad i \in I_r;$$

для зоны отрыва

$$r = 0, \quad w^e = 0, \quad w + \xi \geq 0; \quad x, y \in \Omega';$$

$$R_i = 0, \quad w_i^e = 0, \quad w_i + \xi_i \geq 0; \quad x_i, y_i \in \Gamma_K, \quad i \in I_e;$$

$$R_i = 0, \quad w_i + \xi_i \geq 0; \quad x_i, y_i \in \Gamma_K, \quad i \in I_r.$$

Эти группы условий можно объединить, если ввести функцию $g(x, y) = z(x, y) + \xi(x, y)$ и величины $g_i = z_i + \xi_i$, характеризующие зазор между пластиной и основанием после приложения нагрузки:

$$r \geq 0, \quad g \geq 0, \quad r \cdot g = 0; \quad x, y \in \Omega';$$

$$R_i \geq 0, \quad g_i \geq 0, \quad R_i \cdot g_i = 0; \quad x_i, y_i \in \Gamma_K,$$

где $z(x, y) = w(x, y) + w^e(x, y)$, $z_i = w_i + w_i^e$ – взаимное удаление контактных точек пластинки и основания.

Вариационная постановка задачи с учетом наличия дискретных упругих опор и винклеровского основания запишется в виде:

$$\min \Pi_L(w, w^e), \quad \forall w, w^e \in M_L,$$

$$M_L = \left\{ w, w^e \left| \begin{array}{ll} w, w^e & w + w^e + \xi \geq 0, \quad w_i + w_i^e + \xi_i \geq 0 \\ w & w_u = f_1, \quad \partial w / \partial n = f_2, \quad x, y \in \Gamma_u \end{array} \right. \right\},$$

$$\text{где } \Pi_L = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{B}w)^T \mathbf{D}\mathbf{B} w d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega'} c \cdot (w^e)^2 d\Omega' + \frac{1}{2} \sum_{i \in I_e} c_i \cdot (w_i^e)^2 - \int_{\Omega} q w d\Omega - \sum_{j=1}^n F_j \cdot w_j.$$

Будем рассматривать конечно-элементную дискретизацию системы «пластина-основание». Пластину представим набором конечных элементов (рис. 4, а). Конечно-элементная сетка пластины имеет m узлов. Дискретизация сил взаимодействия $r(x, y)$ пластины и основания на Ω' осуществляется введением в узлы КЭ-сетки пластины жестких связей, соединенных со штампами, которые в свою очередь, контактируют с основанием Винклера (рис. 4, б). Размеры штампов определяются размерами и количеством элементов, ассоциированных с узлом КЭ-сетки (рис. 4 а, б).

Таким образом, дискретизованное основание представляет собой систему не связанных друг с другом жестких штампов, опирающихся на винклеровское основание (рис. 4, б, в). В результате задача расчета пластинки на одностороннем винклеровском основании свелась к расчету пластины на дискретных упругих односторонних опорах жесткостью $c_i = c \cdot A_i$, где A_i – площадь штампа, ассоциированного с узлом КЭ-сетки (рис. 4, а, б).

Условия контакта запишутся в виде $\vec{z} \geq 0$, $\vec{R} \geq 0$, $\vec{z}^T \cdot \vec{R} = 0$, где z_i – взаимное удаление i -х узлов пластинки и системы штампов; R_i – узловые усилия взаимодействия указанных выше узлов.

Дальнейшая процедура получения стандартной формы ЛЗД и алгоритм ее решения совпадают с описанными в главе 2.

В четвертой главе разработанный и оттестированный алгоритм был апробирован для исследования изменения параметров НДС плиты жесткого аэродромного покрытия в различных ситуациях: статическое силовое нагружение; изменение соотношения жесткости плиты и основания; просадка и выпучивание основания.

Известно, что в реальных условиях эксплуатации покрытия подвижная нагрузка от колес самолета может прикладываться в любых точках плиты покрытия. В связи с этим был проведен численный эксперимент с целью выявить влияние одностороннего характера взаимодействия плиты с основанием на параметры ее НДС.

В качестве одного из объектов исследования была принята аэродромная плита марки ПАГ-14. Размеры плиты: длина 6,0 м, ширина 2,0 м, толщина

0,14 м. Бетон плиты класса В30 с модулем упругости $E_b = 2,5 \times 10^4$ МПа и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,12$. Плита контактирует с основанием Винклера.

Было рассмотрено несколько характерных случаев нагружений. При этом нагрузка складывалась из нагрузки от собственного веса плиты и нагрузки от опоры воздушного судна.

В первом случае нагрузка в виде силы $F = 83,6$ кН (что соответствует расчетной нагрузке на колесо от воздушного судна типа Ту-154Б с нормативной нагрузкой на опору $F_n = 456$ кН) прикладывалась в наиболее характерных (в отношении влияния на напряженно-деформируемое состояние) зонах: в углу; в центре короткого и длинного краев; в центре плиты. Площадь отпечатка пневматика принималась равной площади квадрата со стороной 0,34 м, что согласуется с площадью отпечатка пневматика одноколесной эквивалентной нагрузки для расчета жесткой плиты на прочность при изгибе (СНиП 2.05.08-85).

Во втором и третьем случаях нагрузка принималась согласно схеме передачи нагрузки на покрытие от Ту-154Б и Ил-62М (соответственно 6 и 4 колес опоры). Движения воздушного судна по плите аэродромного покрытия моделировалось различными вариантами расположения опоры самолета на плите.

Во всех случаях было исследовано изменение параметров НДС плиты при различных коэффициентах постели $c = 10 \div 360$ МН/м³, при просадке ($\xi \leq 0,04$ м), пучении грунта $\xi \geq -0,02$ м и в отсутствии зазоров. Указанные значения c , ξ приняты согласно СНиП 2.05.08-85.

Результаты проведенных расчетов показали, что во всех рассмотренных случаях наибольшие прогибы возникают при нагружении плиты в углах и по короткой стороне. При этом в сравнение со схемой двустороннего взаимодействия плиты с основанием напряжения увеличились до 35 %, а прогибы в разы (возможно различие прогибов и в знаках).

Из работ авторов, исследовавших закономерности морозного пучения грунтов известно, что схема наиболее неблагоприятного для работы плиты расположения растущего горба пучения находится под центром плиты. В соответствии с указанным утверждением моделирование выпучивания грунта осуществлялось введением отрицательных зазоров между плитой и основанием именно в центральной части. Результаты численного эксперимента представлены в виде различных графиков, позволяющих оценить параметры напряженно-

деформированного состояния. На рис. 5 представлены характерные случаи из проведенной серии расчетов с большой разницей параметров НДС при одностороннем (сплошная линия; закрашенная поверхность) и двустороннем (пунктир; незакрашенная поверхность) взаимодействии плиты с основанием. На рис. 5, а показаны эпюры напряжений и прогибов при одноколесной нагрузке; на рис. 5, б – при шестиколесной нагрузке и просадке основания; на рис. 5, в – при четырехколесной нагрузке и выпучивании основания.

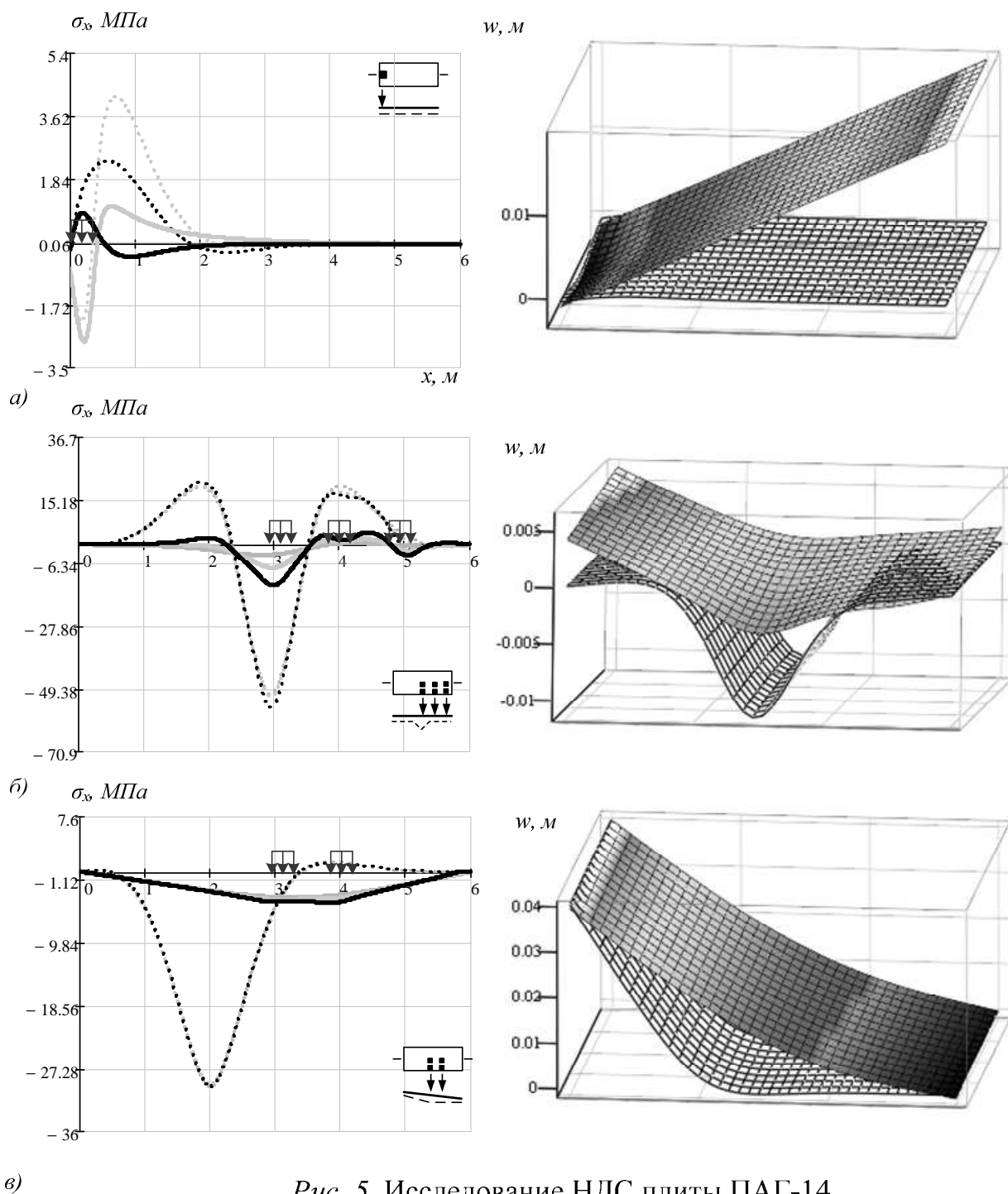


Рис. 5. Исследование НДС плиты ПАГ-14

Полученные в работе результаты показывают необходимость применения разработанного алгоритма для оценки НДС плиты аэродромного покрытия.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Разработан и программно реализован неитерационный алгоритм метода перемещений с предварительным обжатием для решения задач одностороннего контакта плиты с дискретным и/или сплошным винклеровским основанием. Каждый шаг алгоритма носит ясный физический смысл, понятный инженеру, поскольку позволяет оперировать привычными ему понятиями: основная система; единичные состояния; условия эквивалентности основной и заданной систем.

Разработанный алгоритм программно реализован и официально зарегистрирован в реестре программ для ЭВМ и в ВНТИЦ.

2. Исследовано изменение параметров НДС плит жесткого аэродромного покрытия по уточненной расчетной схеме в различных случаях, встречающихся при их проектировании и обследовании.

3. Установлено, что уточнение расчетной схемы учетом одностороннего взаимодействия плиты жесткого аэродромного покрытия с основанием приводит к результатам, отличающимся от результатов, полученных без учета одностороннего взаимодействия: как правило, наблюдается рост напряжений и прогибов в зоне контакта плиты и основания (до 35%). При просадке или вспучивании грунта возможно качественное изменение параметров НДС плиты в зоне отрыва плиты от основания и в окрестности границы зон контакта и отрыва – напряжения могут отличаться по знаку. При учете односторонности взаимодействия между плитой и основанием изменение коэффициента постели основания оказывают гораздо более значимое влияние на параметры НДС плиты, чем без учета.

4. Расчет плит жестких аэродромных покрытий рекомендуется проводить согласно нормативным документам с использованием уточненной расчетной схемы, учитывающей односторонность взаимодействия плиты и основания.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Долгачев М. В. Моделирование взаимодействия пластины и грунта при его выпучивании и просадке / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2012. – № 1(24). – С. 131–139.
2. Долгачев М. В. Расчет пластин на жестких односторонних опорах методом перемещений с введением искусственного предварительного напряжения / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов // Строительная механика и механика материалов: сборник научных трудов. Выпуск 2; Хаб. гос. техн. ун-т. – Хабаровск, 2002. – Деп. в ВИНТИ, № 1650-В2002. – С. 49–66.
3. Расчет пластин на одностороннем упругом основании: Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов. – № 2002611286. зарег. 31.07.2002. Реестр программ для ЭВМ Москва, 31 июля 2002 г.
4. Долгачев М. В. К расчету пластин на одностороннем основании Винклера методом перемещений / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов // Новые идеи нового века: Международная научная конференция аспирантов и студентов ИАС ХГТУ. New Ideas of the New Century: The International Scientific Students of the IACE KSUT. – Хабаровск, 2002. – С. 16–19.
5. Долгачев М. В. Метод перемещений расчета пластин на одностороннем основании / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов // Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке: труды третьей международной научной конференции творческой молодежи. – Хабаровск, 2003. – Т.2. – С. 72–76.
6. Долгачев М. В. Расчет пластин на дискретных односторонних опорах / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса: материалы региональной научно-практической конференции. – Хабаровск, 2003. – Вып 4. – С. 210–216.
7. Расчет пластинчатых систем на дискретных односторонних опорах: Программный комплекс для IBM PC 486 / М. В. Долгачев, А. Д. Ловцов. – № 50200300554 ; Зарегистрирована ВНИИЦ 27.06.2003 г. № А/113.
8. Долгачев М. В. Обзор алгоритмов линейной задачи дополнителности в применении к контактным задачам / М. В. Долгачев // Новые идеи нового века 2006: материалы шестой международной научной конференция ИАС ТОГУ. The New Ideas Of The New Century 2006: The Sixth International Scientific Conference Proceeding of the IACE PNU. – Хабаровск, 2006. – С. 280–284.
9. Долгачев М. В. Применение метода Лемке для расчета пластин на одностороннем основании Винклера / М. В. Долгачев // Новые идеи нового века – 2011: материалы одиннадцатой международной научной конференция ИАС ТОГУ. The New Ideas Of The New Century 2011: The Eleven International Scientific Conference Proceeding of IACE PNU: в 2 т. – Хабаровск, 2011. – С. 25–32.

ДОЛГАЧЕВ Михаил Владимирович

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ПЛИТЫ ЖЕСТКОГО АЭРОДРОМНОГО ПОКРЫТИЯ
С УЧЕТОМ ЕЕ ОДНОСТОРОННЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
С ОСНОВАНИЕМ**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Подписано в печать 16.04.2012 г. Формат 60x84 1/16.
Бумага писчая. Гарнитура «Таймс». Печать цифровая.
Усл. печ. л. 1,4. Тираж 100 экз. Заказ .

Отдел оперативной полиграфии издательства
Тихоокеанского государственного университета.
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.